

Computer Science Center  
Основы дискретной математики  
Домашнее задание №6  
(до 21(!) октября)

17 октября 2013 г.

- [1] Сколько битовых строк длины  $n$  не содержат ни подстроки 000, ни подстроки 111?
- [2] Сколько существует способов построить колонну  $2 \times 2 \times n$  из кирпичей  $2 \times 1 \times 1$ ? Способы, получающиеся друг из друга поворотами колонны, считаются различными.
- [1] Докажите, что числа Фибоначчи  $F_n$  удовлетворяют следующему соотношению:

$$F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2 = F_n F_{n+1}.$$

- [1] Используя соотношение  $F_{n+m} = F_{n-1} F_m + F_n F_{m+1}$ , докажите, что

$$\gcd(F_n, F_m) = F_{\gcd(n,m)}.$$

- [2] Докажите, что любое натуральное число  $N$  можно единственным образом представить в виде суммы

$$N = a_2 F_2 + \dots + a_n F_n,$$

в которой коэффициенты  $a_i$  равны 0 или 1, а кроме того, никакие два идущих подряд элемента последовательности чисел  $\{a_i\}$  не равны одновременно единице.

- [1] Докажите, что для чисел Белла верно:

$$B(n) = \sum_{k=0}^n \frac{\widehat{S}(n, k)}{k!}$$