

Computer Science Center
Основы дискретной математики
Домашнее задание №3

25 сентября 2013 г.

1. [2] Рассмотрим множество всех подмножеств n -множества X . Введём на нём частичный порядок отношением включения: будем считать, что $A \preceq B$, если $A \subseteq B$. Чему равна длина максимальной антицепи в таком частично упорядоченном множестве? Докажите.
2. [1] Пусть $\{A_i\}, i \in [k]$ — набор из k подмножеств множества $[n]$. Известно, что пересечение любых двух подмножеств из этого набора непусто. Докажите, что $k \leq 2^{n-1}$. Приведите пример, на котором в этом неравенстве достигается равенство.
3. [1] Даны несколько различных натуральных чисел. Докажите, что если среди любых n из них можно выбрать два так, что одно делится на другое, то все числа можно покрасить в $n - 1$ цвет так, чтобы из любых двух чисел одного цвета одно делилось на другое.
4. [1] Докажите, что любая последовательность из $n^2 + 1$ различных целых чисел содержит либо убывающую, либо возрастающую подпоследовательность из не менее чем $n+1$ числа.
5. [2] Пусть на прямой задана произвольная система отрезков. Обозначим через M наименьшее количество точек на прямой таких, что каждый из отрезков системы содержит одну из этих точек; через m — наибольшее количество попарно непересекающихся отрезков, которые можно выбрать из данной системы. Докажите, что $M = m$.